CONTRÔLE —lundi 13 février 2017—-Remarques—2016 - 2017

- Dans une écriture en base b les valeurs possibles sont les restes des divisions par rapport à b (soit 0,...,$b-1$) et par conséquent, on ne peut pas trouver de 3 ou 4 dans une écriture binaire $b=2$ ou 4 ou 8 dans une écriture suivant la base $b=4$.
- Lorsque la base est supérieur à 10 on complète les valeurs par $A=10$, $B=11$,... dans les calculs et les écritures pour éviter les confusions ! ! mais on ne peut pas écrire :

$$\overline{A1}^{16} = \overline{101}^{16} = 1 \times 16^2 + 0 \times 16^1 + 1 \times 16^0$$

On écrit plutôt :

$$\overline{A1}^{16} = 10 \times 16^1 + 1 \times 16^0 = 161$$

- Nous n'avons jamais parlé d'opérations entre les bases, par exemple :

$$\overline{100001}^{16} + \overline{234561}^{16}$$

Par contre, il faut savoir utiliser les différentes méthodes de transformations et les utiliser suivant les situations ! !

- A ce niveau, il faut éviter les erreurs dans les opérations élémentaires : somme, multiplication et division ! !
- L'ensemble $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ est constitué des restes possibles de la division par rapport à n (soit : 0,1,...,$n-1$) et par conséquent, il faut distinguer $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ et $\mathbb{Z}_n^*$ qui est l'ensemble des classes inversibles ! !
- $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z} = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ en constituant la table, il faut ramener toute à valeurs à cet ensemble en utilisant la congruence ! ! $5 \times 5 = 25 = 1$
- Après l'exécution d'un algorithme (ici, Euclude généralisé) il faut répondre aux questions : donner le $PGCD$ et la combinaison $(-2) \times 6 + (1) \times 15 = 3$! !
- Les équations dans $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ sont des questions modulaires, on ne peut pas utiliser les méthodes habituelles et surtout la division n'est pas possible ! ! !

$$15y = 9 \textbf{ n'implique pas } y = \frac{9}{15}$$

- Dans un calcul modulaire : $x \times y = 0$ **n'implique pas** que $x = 0$ ou $y = 0$! ! !
- Les réponses doivent être cohérents ! ! on ne peut pas dire que l'équations admet 3 solutions et de ne donner qu'une seule ou deux ! !
- Il faut lire les questions et répondre suivant ce qui est demandé ! ! par exemple donner "solutions particulière" ca sert à rien de réciter le cours ou les TD et donner aussi la solution générale ! !
- Donner la décomposition en facteurs premiers ne veut pas dire calculer la valeur ! ! !
- Avant de ce lancer dans les calculs pour vérifier la structure de groupe, il faut savoir quel est l'ensemble et quelle est la loi : Ici, l'ensemble est $U_{\sqrt{2}}$ et non pas $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{Z}$ donc pour vérifier que la loi est interne, il faut prendre deux éléments de l'ensemble : x_n^m et x_p^q et non pas x_n^m et y_n^m et il faut vérifier que $x_n^m + x_p^q \in U_{\sqrt{2}}$ et non pas dans $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{Z}$! ! la même chose pour l'élément neutre, il faut vérifier qu'il est dans $U_{\sqrt{2}}$ en l'écrivant $0 = x_n^m$ et aussi le symétrique ou opposé de x_n^m qui est égal à $x_{-n}^{-m} \in U_{\sqrt{2}}$! !
- La meilleure propriété pour démontrer directement qu'un sous ensemble H est un sous groupe est $x * y^{-1} \in H$ dans notre exemple :

$$x_n^m \text{ et } x_p^q \in U_{\sqrt{2}} \Longrightarrow x_n^m + x_{-p}^{-q} \in U_{\sqrt{2}}$$

- pour vérifier une égalité, par exemple : $f(x * y) = f(x) T f(y)$ il faut partir d'un membre le développer pour arriver à l'autre et ne pas écrire l'égalité dès le début ! !

- un isomorphisme est un morphisme bijectif et la meilleure méthode est de calculer $Kerf$ qui l'ensemble des antécédents de l'élément neutre et Imf en cherchant sous quelles conditions un élément de l'ensemble d'arrivé admet un antécédent
- La convergence uniforme d'une suite de fonction est étudiée toujours lorsque $n \to +\infty$ (x est considéré comme paramètre) et non pas lorsque $x \to 0$ ou $x \to +\infty$. Lors de cette étude, il faut faire attention aux formes indéterminées.
- Lorsque la limite simple est continue, $f(x) = 0$ par exemple, nous ne pouvons pas utiliser la propriété fondamentale de la continuité de la limite pour étudier la convergence uniforme.
- L'étude de la convergence uniforme nécessite l'étude de

  $$\lim_{n \to +\infty} \sup_{x \in D} |f_n(x) - f(x)|$$

  Plusieurs cas sont possibles : - Etude de $|f_n(x) - f(x)|$ et calcule de $\sup_{x \in D} |f_n(x) - f(x)|$ en fonction de n puis calcule de la limite
  - Majoration de $|f_n(x) - f(x)|$ par une suite $(u_n)_n$ qui tend vers 0 ($|f_n(x) - f(x)| \leq u_n$)
  - Minoration de $|f_n(x) - f(x)|$ par une suite $(u_n)_n$ qui ne tend pas vers zéro ($\lim_{n \to +\infty} u_n > 0$ la minoration ($|f_n(x) - f(x)| \geq u_n$) s'obtient en général en choisissant une valeur x_0 dans D et en fonction de n (Cette méthode est utilisée pour montrer que nous n'avons pas la convergence uniforme)
- Il faut faire la différence entre suite de fonctions et série de fonctions de terme générale $f_n(x)$ dans le premier cas on étudie directement $f_n(x)$ et dans le deuxième, on utilise les critères ou en étudie la suite des sommes partielles $S_n(x) = \sum_{k=0}^{k=n} f_n(x)$ surtout lorsque $f_n(x)$ est une suite géométrique (la raison en fonction de x) ou une suite qui permet des simplifications.
- $$\sum_{k=0}^{k=n} 1 = n + 1 \text{ et non pas } 1$$
- Il est toujours plus facile d'étudier la convergence normale d'une série de fonctions que d'étudier la convergence uniforme de cette même série ! !